

УДК 62-50

В.Д. Романенко, Ю.Л. Мілявський

## РОЗРОБКА СИСТЕМИ КООРДИНУЮЧОГО ЦИФРОВОГО КЕРУВАННЯ ТЕРМОЗМІШУВАЛЬНОЮ УСТАНОВКОЮ ПРИ ДІЇ ЗОВНІШНЬОГО ЗБУРЕННЯ

### Вступ

Керування співвідношеннями, або координуюче керування, — одна з нових задач у теорії керування (див., наприклад, [1–5]). На сьогодні немає єдиної загально визнаної методології, що дає можливість керувати співвідношеннями в динамічних системах. Це пов'язано як із великою складністю цього процесу, так і з великою різноманітністю самих систем, де можуть застосовуватись методи координуючого керування. Крім того, як правило, координуюче керування має працювати паралельно з класичним керуванням (з метою стабілізації або слідкування), і виникає питання про спосіб поєднання координуючого та класичного контурів.

Нижче буде розглядатись конкретна двовимірна динамічна система, а саме термозмішувальна установка, основною задачею контуру керування якою є стабілізація рівня води в баку і її температури за допомогою подачі гарячої і холодної води. Така система розглядалась у [6, 7]. Це широко використовуваний у промисловості пристрій. Основна проблема при керуванні цією системою полягає в тому, що на неї постійно діє досить значне зовнішнє збурення — споживання води користувачами системи. Це збурення є нестационарним і не може бути описане гауссівським білим шумом. Також у відомих моделях не враховується від'ємний перехресний зв'язок між рівнем і температурою — при зменшенні рівня води її температура зростає, і навпаки. Крім того, система має неявно виражену властивість функціонування у двох масштабах часу, оскільки стала часу динаміки рівня значно більша, ніж стала часу динаміки температури. Все це істотно впливає на динамічні властивості системи та ускладнює її стабілізацію.

### Постановка задачі

У даній статті ставиться задача синтезу комбінованого контуру керування термозмішувальною установкою при дії нестационарного зовнішнього збурення. Спочатку буде спроектовано контур стабілізації з еталонною моделлю за допомогою каналу збурення — вихідні координати, а потім — координуючий регулятор за співвідношенням між координатами. При цьому завдяки комп'ютерному моделюванню будуть знайдені чисельні коефіцієнти регуляторів та досліджені деякі властивості отриманої системи.

### Математична модель термозмішувальної установки

Розглянемо модель динаміки термозмішувальної установки, в якій виконується стабілізація рівня  $y_1$  і температури  $y_2$ , а керуючими сигналами є подача холодної  $u_1$  та гарячої води  $u_2$ . Згідно з [6], експериментальні передавальні функції по каналах установки мають вигляд

$$W_{11}(s) = \frac{y_1(s)}{u_1(s)} = \frac{0,1080}{60s + 1},$$

$$W_{12}(s) = \frac{y_1(s)}{u_2(s)} = \frac{0,1080}{60s + 1},$$

$$W_{21}(s) = \frac{y_2(s)}{u_1(s)} = \frac{-0,2092}{13,1s + 1},$$

$$W_{22}(s) = \frac{y_2(s)}{u_2(s)} = \frac{0,1012}{13,1s + 1}.$$

Як бачимо, сталі часу по каналу керування рівнем у 4,6 раза більші за сталі часу по каналу керування температурою, що в подальшому може ускладнити керування системою.

Виберемо період дискретизації  $T_0 = 1$  с і, використавши методику розрахунку дискретних передавальних функцій зведеної неперервної частини об'єкта, отримаємо дискретну модель типу вхід-вихід для термозмішувальної установки в детермінованому середовищі (див. [7, с. 250–251]):

$$y_{1_t} = a_{11}y_{1_{t-1}} + b_{11}u_{1_{t-1}} + b_{12}u_{2_{t-1}},$$

$$y_{2_t} = a_{22}y_{1_{t-1}} + b_{21}u_{1_{t-1}} + b_{22}u_{2_{t-1}},$$

де  $a_{11} = 0,983471$ ;  $a_{22} = 0,9265$ ;  $b_{11} = 0,001785$ ;  $b_{12} = 0,001785$ ;  $b_{21} = -0,015375$ ;  $b_{22} = 0,0074376$ .

Ця модель має ряд недоліків. По-перше, вона є суто детермінованою, в той час як насправді на першу координату (рівень води в баку) діє досить значне зовнішнє збурення, а саме споживання води користувачами. Це збурення є нестационарним і може описуватись марківським процесом першого порядку типу  $v_{1_t} = g v_{1_{t-1}} + \zeta_t$ ,  $v_{1_0} = 0$ , де  $\zeta_t$  — гауссівський дискретний білий шум;  $g \approx 0,9$ . По-друге, в [6] модель не враховує безпосередній вплив рівня води на температуру при незмінних керуючих сигналах (подачі холодної і гарячої води). Дійсно, чим нижчий рівень, тим більшим є ефект від подачі гарячої води, отже, тим вищою є температура, і навпаки. Тому в модель необхідно ввести від'ємний перехресний зв'язок між рівнем і температурою, хоча зворотного впливу температури на рівень, очевидно, немає. По-третє, оскільки середні значення рівня і температури майже завжди не дорівнюють нулю, бажано ввести в модель постійне зміщення. По-четверте, найбільш придатною формою для синтезу регуляторів є матричне рівняння у вигляді  $z$ -перетворення.

Враховувавши всі наведені вище міркування, запропонуємо таку модель термозмішувальної установки:

$$(I + Az^{-1})Y_t = z^{-1}BU_t + \delta + v_t, \quad (1)$$

$$\text{де } Y_t = \begin{pmatrix} y_{1_t} \\ y_{2_t} \end{pmatrix}, U_t = \begin{pmatrix} u_{1_t} \\ u_{2_t} \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} -a_{11} & 0 \\ -a_{21} & -a_{22} \end{pmatrix}, a_{21} \approx -0,2, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}, v_t = \begin{pmatrix} v_{1_t} \\ 0 \end{pmatrix}, \delta = (I + A)G, G = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} - \text{(бажані) усталені значення вихідних}$$

координат, що дорівнюють відповідним задаючим діянням.

### Синтез стабілізуючого контуру керування

Оскільки головним джерелом нестабільності системи є зовнішнє збурення, будемо проектувати контур стабілізації так, щоб замкнена система по каналу збурення — вихідна координата — була стійкою і відповідала заданому розміщенню полюсів. Для цього скористаємось методом, описаним у [8, с. 161–164], модифікувавши його для випадку даної системи (1). Будемо шукати закон керування у формі

$$U_t = D(z^{-1})(I + F(z^{-1}))^{-1}(G - Y_t). \quad (2)$$

Підставимо (2) в (1) і виконаємо перетворення:

$$\begin{aligned} (I + Az^{-1})Y_t &= \\ &= z^{-1}BD(z^{-1})(I + F(z^{-1}))^{-1}(G - Y_t) + \delta + v_t, \\ (I + Az^{-1} + z^{-1}BD(z^{-1})(I + F(z^{-1}))^{-1})Y_t &= \\ &= z^{-1}BD(z^{-1})(I + F(z^{-1}))^{-1}G + \delta + v_t, \\ ((I + Az^{-1})(I + F(z^{-1})) + z^{-1}BD(z^{-1})) \times \\ &\times (I + F(z^{-1}))^{-1}Y_t = \\ &= z^{-1}BD(z^{-1})(I + F(z^{-1}))^{-1}G + \delta + v_t, \\ Y_t &= (I + F(z^{-1}))((I + Az^{-1})(I + F(z^{-1})) + \\ &+ z^{-1}BD(z^{-1}))^{-1}v_t + (I + F(z^{-1}))((I + Az^{-1}) \times \\ &\times (I + F(z^{-1})) + z^{-1}BD(z^{-1}))^{-1}z^{-1}BD(z^{-1}) \times \\ &\times (I + F(z^{-1}))^{-1}G + (I + F(z^{-1}))((I + Az^{-1}) \times \\ &\times (I + F(z^{-1})) + z^{-1}BD(z^{-1}))^{-1}\delta. \end{aligned}$$

При сталих  $G$  і  $\delta$  вираз спрощується, оскільки буде відсутня динаміка при зворотних зсувах:

$$Y_t = (I + F(z^{-1}))((I + Az^{-1}) \times \\ \times (I + F(z^{-1})) + z^{-1}BD(z^{-1}))^{-1}v_t + \gamma, \quad (3)$$

де

$$\begin{aligned} \gamma &= (I + F(1))((I + A)(I + F(1)) + \\ &+ BD(1))^{-1}BD(1) \times (I + F(1))^{-1}G + \\ &+ (I + F(1))((I + A)(I + F(1)) + BD(1))^{-1}\delta. \end{aligned}$$

Вираз  $(I + Az^{-1})(I + F(z^{-1})) + z^{-1}BD(z^{-1})$  є матричним характеристичним поліномом замкненої системи. Вимагатимемо, щоб він дорівнював деякому заданому характеристичному поліному  $I + A_{M_1}z^{-1} + A_{M_2}z^{-2}$  (про його вибір буде сказано далі). Для цього прирівнюємо вираз і поліном:

$$(I + Az^{-1})(I + F(z^{-1})) + z^{-1}BD(z^{-1}) = I + A_{M_1}z^{-1} + A_{M_2}z^{-2}.$$

Для того щоб рівняння мало розв'язок, виберемо таку структуру регулятора (2):

$$F(z^{-1}) = Fz^{-1}, D(z^{-1}) = D.$$

Щоб знайти коефіцієнти цього рівняння, розпишемо потрібну рівність:

$$I + A_{M_1}z^{-1} + A_{M_2}z^{-2} = I + Az^{-1} + Fz^{-1} + AFz^{-2} + z^{-1}BD,$$

і прирівнюємо коефіцієнти при однакових степенях  $z$ . Отримані рівності можна записати у вигляді системи рівнянь з невідомими  $F, D$

$$\begin{pmatrix} I & B \\ A & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F \\ D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{M_1} \\ A_{M_2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A_1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

звідки матимемо  $F = A^{-1}A_{M_2}, D = -B^{-1}(F - A_{M_1} + A) = -B^{-1}(A^{-1}A_{M_2} - A_{M_1} + A)$ .

Тоді регулятор (2) матиме такий закон керування:

$$U_t = -B^{-1}(F - A_{M_1} + A)(I + Fz^{-1})^{-1}(G - Y_t), \quad (4)$$

де  $F = A^{-1}A_{M_2}$ . Закон керування (4) записано в незручній для практичної реалізації формі, бо він містить обернення матричного полінома. Для того щоб отримати його в явному вигляді,

запишемо  $F = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{pmatrix}$ . Тоді матимемо

$$(I + Fz^{-1})^{-1} = \begin{pmatrix} 1 + f_{11}z^{-1} & f_{12}z^{-1} \\ f_{21}z^{-1} & 1 + f_{22}z^{-1} \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= \frac{1}{1 + (f_{11} + f_{22})z^{-1} + (f_{11}f_{22} - f_{21}f_{12})z^{-2}} \times \begin{pmatrix} 1 + f_{22}z^{-1} & -f_{12}z^{-1} \\ -f_{21}z^{-1} & 1 + f_{11}z^{-1} \end{pmatrix}.$$

Позначимо  $E_t = G - Y_t$ , підставимо попередній вираз у (4) і помножимо обидві частини рівності на знаменник правої частини. В результаті, із врахуванням того, що  $z^{-1}U_t = U_{t-1}$ ,  $z^{-1}E_t = E_{t-1}$ , отримаємо

$$U_t = -(f_{11} + f_{22})U_{t-1} - (f_{11}f_{22} - f_{21}f_{12})U_{t-2} - B^{-1}(F - A_{M_1} + A) \left[ E_t + \begin{pmatrix} f_{22} & -f_{12} \\ -f_{21} & f_{11} \end{pmatrix} E_{t-1} \right]. \quad (5)$$

При цьому динаміка замкненої системи (3) за побудовою матиме вигляд

$$Y_t = (I + A^{-1}A_{M_2}z^{-1})(I + A_{M_1}z^{-1} + A_{M_2}z^{-2})^{-1}v_t + \gamma,$$

де

$$\begin{aligned} \gamma &= (I + A^{-1}A_{M_2})[(I + A)(I + A^{-1}A_{M_2}) - \\ &- (A^{-1}A_{M_2} - A_{M_1} + A)]^{-1}(-A^{-1}A_{M_2} + A_{M_1} - A) \times \\ &\times (I + A^{-1}A_{M_2})^{-1}G + (I + A^{-1}A_{M_2})[(I + A) \times \\ &\times (I + A^{-1}A_{M_2}) - A^{-1}A_{M_2} + A_{M_1} - A]^{-1}\delta = \\ &= (I + A^{-1}A_{M_2})(I + A_{M_1} + A_{M_2})^{-1} \times \\ &\times (-A^{-1}A_{M_2} + A_{M_1} - A)(I + A^{-1}A_{M_2})^{-1}G + \\ &+ (I + A^{-1}A_{M_2})(I + A_{M_1} + A_{M_2})^{-1}\delta. \end{aligned}$$

Оскільки ми вибирали  $\delta = (I + A)G$ , підставимо це в отриманий вище вираз і матимемо

$$\begin{aligned} \gamma &= (I + A^{-1}A_{M_2})(I + A_{M_1} + A_{M_2})^{-1} \times \\ &\times [(-A^{-1}A_{M_2} + A_{M_1} - A)(I + A^{-1}A_{M_2})^{-1} + \\ &+ (I + A)G = (I + A^{-1}A_{M_2})(I + A_{M_1} + A_{M_2})^{-1} \times \\ &\times [(-A^{-1}A_{M_2} + A_{M_1} - A) + (I + A)(I + A^{-1}A_{M_2})] \times \\ &\times (I + A^{-1}A_{M_2})^{-1}G = (I + A^{-1}A_{M_2})(I + A_{M_1} + A_{M_2})^{-1} \times \\ &\times (I + A_{M_1} + A_{M_2})(I + A^{-1}A_{M_2})^{-1}G = G, \end{aligned}$$

тобто  $\gamma = G$ . Це підтверджує, що в усталеному стані (при середньому значенні  $v_t$ , яке дорівнює нулю)  $Y_t$  згідно з (3) прямуватиме до задаючого діяння  $G$ .

Запропонуємо характеристичне рівняння замкнутої системи в діагональному вигляді, тобто

$$A_{M_1} = \begin{pmatrix} a_{M_{11}} & 0 \\ 0 & a_{M_{12}} \end{pmatrix}, A_{M_2} = \begin{pmatrix} a_{M_{21}} & 0 \\ 0 & a_{M_{22}} \end{pmatrix}.$$

Виберемо сталі часу для першого каналу  $T_1, T_3$ , для другого —  $T_2, T_4$  і запишемо еталонну модель для першого каналу як  $(1 - e^{-T_0/T_1}z^{-1})(1 - e^{-T_0/T_3}z^{-1})$ , для другого — як  $(1 - e^{-T_0/T_2}z^{-1})(1 - e^{-T_0/T_4}z^{-1})$ . Тоді матимемо

$$\begin{aligned} a_{M_{11}} &= -e^{-T_0/T_1} - e^{-T_0/T_3}, \\ a_{M_{12}} &= -e^{-T_0/T_2} - e^{-T_0/T_4}, \\ a_{M_{21}} &= e^{-T_0/T_1 - T_0/T_3}, \\ a_{M_{22}} &= e^{-T_0/T_2 - T_0/T_4}. \end{aligned} \quad (6)$$

### Синтез координуючого і комбінованого контурів керування

При невеликих зовнішніх збуреннях типу білого шуму наведений вище алгоритм дає цілком прийнятні результати. Але коли збурення є нестационарним і його умовне математичне сподівання на певних часових інтервалах істотно відрізняється від нуля, вихідні координати починають значно коливатись і регулятора (5) виявляється недостатньо. Як правило, в таких випадках вводять додатковий швидкодіючий контур керування по збуренню. Але, по-перше, він потребує, щоб збурення обов'язково було вимірюваним, а по-друге, не дає змоги врахувати динаміку самої системи, особливо перехресні зв'язки між координатами. Тому в даній статті пропонується в ролі вхідного сигналу додаткового регулятора брати не саме збурення, а співвідношення між вихідними координатами, зміна якого викликана насамперед збуренням.

Дійсно, якби система була детермінованою, після виходу на усталений режим вихідні

координати стабілізувались би і співвідношення між ними також залишалось би незмінним. Коли на першу координату (рівень) діє збурення (наприклад, збільшується споживання води), вона зменшується, внаслідок чого друга координата (температура) збільшується, і відношення другої координати до першої зростає. Завдання координуючого регулятора — повернути це співвідношення до початкового (заданого) значення, тобто в даному прикладі — зменшити його.

Будемо формувати сумарну керуючу дію як  $U_{st} = U_t + U_{ct}$ , де  $U_t$  обчислюється за формулою (5), а координуючий сигнал виробляється пропорційним регулятором

$$U_{ct} = K R_t, \quad (7)$$

де  $R_t$  — співвідношення в момент часу  $t$ ;  $K$  — коефіцієнт підсилення, визначений емпірично. Виникає питання, як саме треба визначати  $R_t$ .

Справа в тому, що перша і друга координати можуть мати різний порядок, наприклад, усталеним значенням рівня може бути  $G_1 = 5$  м, а температури —  $G_2 = 90$  °С. Коливання температури на 1 °С і рівня на 1 м — не еквівалентні коливання, і їм не можна надавати однакову вагу. Тому пропонується розглядати відносні величини відхилень координат від їх відповідних задаючих діянь, тобто  $y_{1t}/G_1$  і  $y_{2t}/G_2$ , а то-

ді знаходити відношення цих відхилень. Ще одна проблема, що виникає при проектуванні координуючого регулятора, пов'язана з тим, що навіть в усталеному стані співвідношення не дорівнює нулю, отже, постійно буде подаватись деяке додаткове координуюче керування, що спричинить появу постійних зміщень вихідних координат відносно заданих рівнів. Тому вирішено як вхідний сигнал координуючого регулятора брати різницю між реальним відношенням координат і ідеальним відношенням при  $Y_t = G$ . Отже, визначимо

$$R_t = \frac{\frac{y_{2t}}{G_2} - \frac{G_2}{G_1}}{\frac{y_{1t}}{G_1} - \frac{G_1}{G_2}} = \frac{y_{2t} G_1}{y_{1t} G_2} - 1. \quad (8)$$

Комп'ютерне моделювання проводилось у середовищі MatLab. Модель термозмішувальної

установки задавалась у вигляді (1). Було задано  $G_1 = y_{1_0} = 5$ ,  $G_2 = y_{2_0} = 90$ . Сталі часу були взяті однаковими:  $T_1 = T_2 = 5$ ,  $T_3 = 2$ ,  $T_4 = 1$  (для розрахунку (6)). У зв'язку з дуже малими коефіцієнтами матриці керування  $B$  в (1) коефіцієнт підсилення було вибрано досить значним, а саме  $K = \begin{bmatrix} 300 \\ 600 \end{bmatrix}$ . Збурення подавалось у вигляді

$v_{1_t} = g v_{1_{t-1}} + \zeta_t$ ,  $g = 0,9$ , дисперсія  $\zeta_t$  дорівнювала 0,01. Час моделювання – 300 с. Стабілізуюче керування подавалось за формулою (5), координуюче – за формулами (7), (8). Для оцінки ефекту координації порівнюватимемо динаміку вихідних координат при стабілізуючому та при комбінованому контурах. Результати моделю-

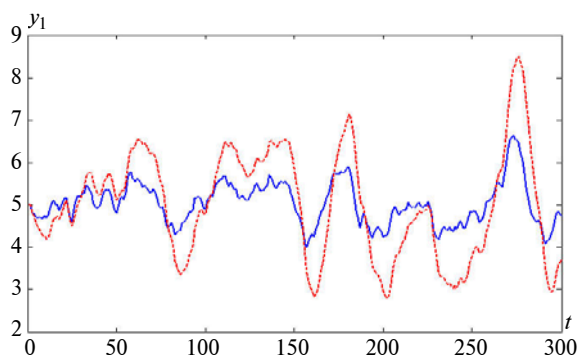


Рис. 1. Графік рівня води: суцільна лінія – з координацією; пунктирна – без координації

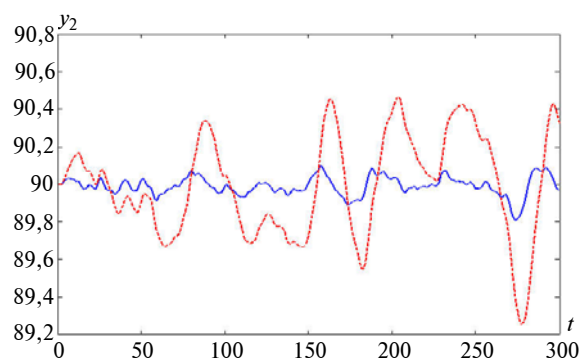


Рис. 2. Графік температури води: суцільна лінія – з координацією; пунктирна – без координації

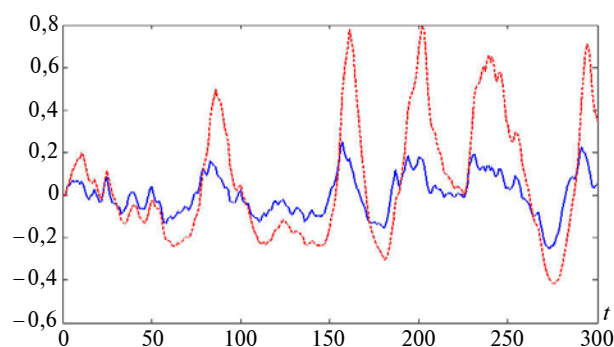


Рис. 3. Графік співвідношення: суцільна лінія – з координацією; пунктирна – без координації

вання і порівняння наведено на рис. 1–3. Для чисельної оцінки якості координації запропоновано відношення вибіркової дисперсії вихідних координат без координації та з координацією. Отримано, що для першої координати координація зменшує дисперсію в 6,6 раза, для другої – в 30,2 раза.

### Висновки

Синтезований у даній статті контур керування термозмішувальною установкою дає можливість стабілізувати вихідні координати системи (рівень і температуру води на виході) при дії значного нестационарного зовнішнього збурення. Завдяки додатковому координуючому регулятору по співвідношенню вихідних координат (температурою і рівнем води в баку) вплив збурення істотно зменшується, що дало змогу значно покращити якість керування порівняно з існуючими методами. Моделювання підтвердило, що координуюче керування має велике практичне значення в прикладних технічних системах.

У ході подальших досліджень планується узагальнити одержані результати з метою отримання алгоритму, придатного для координуючого керування іншими динамічними системами з подібними властивостями, а також автоматизувати вибір коефіцієнта підсилення в координуючому регуляторі.

В.Д. Романенко, Ю.Л. Милявский

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ КООРДИНИРУЮЩЕГО  
ЦИФРОВОГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕРМОСМЕСИ-  
ТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ ПРИ ДЕЙСТВИИ ВНЕШ-  
НЕГО ВОЗМУЩЕНИЯ

Предложен алгоритм управления термосмеситель-  
ной установкой с целью стабилизации уровня воды  
и температуры при действии нестационарного  
внешнего возмущения (потребления воды). Пока-  
зано, что для повышения качества управления не-  
обходимо вводить дополнительный координирую-  
щий контур управления по соотношению выходных  
координат. Предложены конкретные законы управ-  
ления основного и координирующего регуляторов.  
Проведено численное моделирование для под-  
тверждения эффективности данного алгоритма.

V.D. Romanenko, Yu.L. Milyavsky

THE DESIGN OF COORDINATING CONTROL  
ALGORITHM FOR THE THERMAL MIXING AG-  
GREGATE UNDER EXTERNAL DISTURBANCES

The present paper proposes the control algorithm  
for the thermal mixing aggregate to stabilize a water  
level and temperature under non-stationary external  
disturbance (water consuming). We show that an  
additional coordinating control loop for outputs' ratio  
should be utilized to increase the control quality.  
The specific control laws for basic and coordinating  
regulators are proposed. Furthermore, numerical  
modeling is presented to ensure effectiveness of  
the present algorithm.

1. *Бойчук Л.М.* Синтез координирующих систем автома-  
тического управления. — М.: Энергоатомиздат, 1991. —  
160 с.
2. *Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л.* Нели-  
нейное и адаптивное управление сложными динами-  
ческими объектами. — СПб.: Наука, 2000. — 548 с.
3. *Кабальнов Ю.С., Кузнецов И.В., Маргамов А.В.* Коорди-  
нированное управление многосвязными объектами // VII Междунар. науч.-техн. конф. — Самара, 2006. —  
С. 204–206.
4. *Кузнецов И.В., Смирнова Е.А.* Анализ и синтез систем  
координированного управления динамическими объ-  
ектами по показателям качества сепаратных подсистем // Тр. 53-й науч. конф. МФТИ “Современные  
проблемы фундаментальных и прикладных наук”.
5. *Ч.И. Радиотехника и кибернетика. Т. 2. — М.: МФТИ, 2010. — С. 37–38.*
6. *Насибуллин Ф.Г.* Координированное управление слож-  
ным технологическим процессом (на примере нефте-  
перерабатывающего производства): Автореф. дис. ...  
канд. техн. наук. — Уфа, 2000. — 16 с.
7. *Zhang A., Tomizuka M.* Multivariable Direct Adaptive  
Control of Thermal Mixing Processes // J. of Dynamic  
Systems Measurement and Control. — 1985. — N 107. —  
P. 278–283.
8. *Згуровский М.З., Романенко В.Д.* Системы фильтрации  
и управления с разделяющимися разнотемповыми  
движениями. — К.: Наук. думка, 1998. — 376 с.
9. *Романенко В.Д.* Методи автоматизації прогресивних  
технологій. — К.: Вища шк., 1995. — 520 с.

Рекомендована Радою  
Навчально-наукового комплексу  
“Інститут прикладного системного  
аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
14 січня 2011 року